



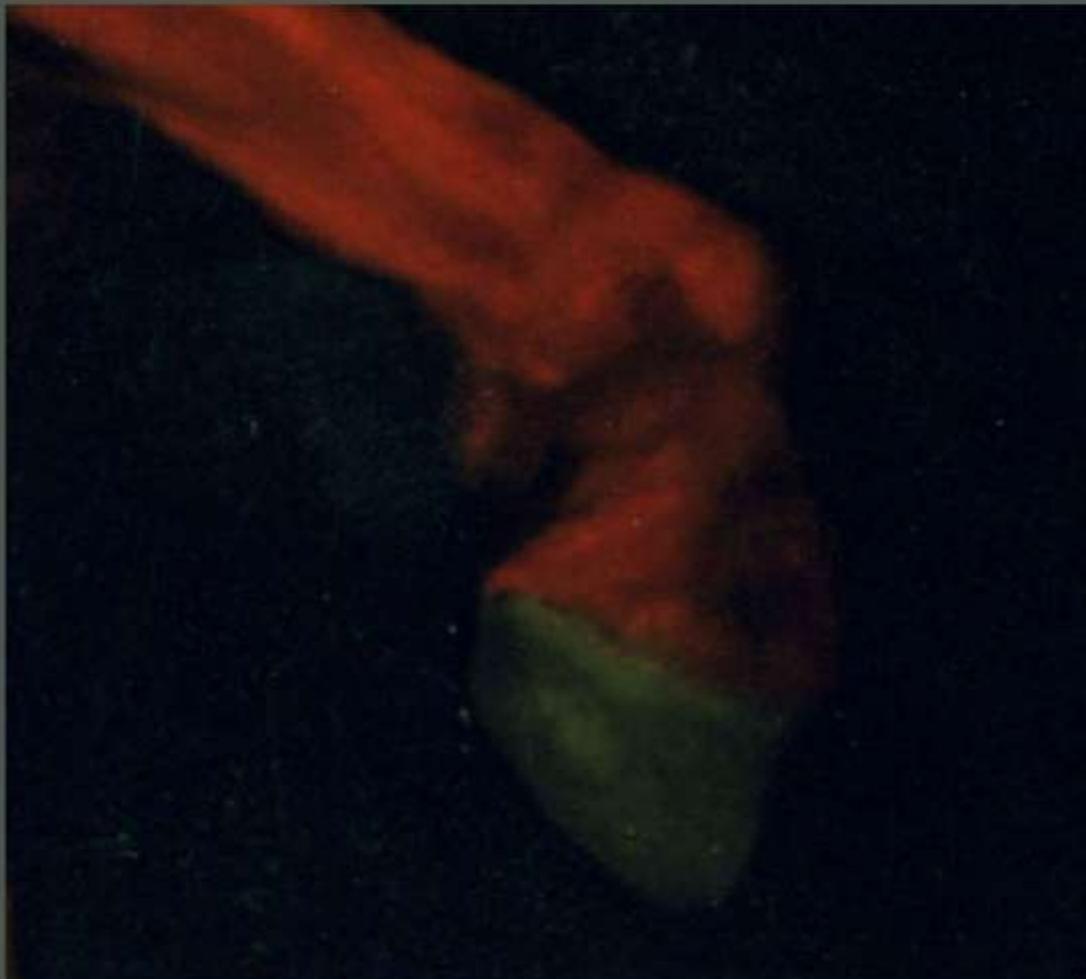
ISTITUTO INTERNAZIONALE STUDI AVANZATI DI  
SCIENZE DELLA RAPPRESENTAZIONE DELLO SPAZIO  
Geometria proiettiva, Geometria descrittiva, Rilevamento, Fotogrammetria

INTERNATIONAL INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES OF  
SPACE REPRESENTATION SCIENCES  
Projective geometry, Descriptive geometry, Survey, Photogrammetry

*Palermo, Italia*

*Giuseppe Maria Catalano*

# L'IDENTIFICAZIONE NELLO SPAZIO



# L'IDENTIFICAZIONE NELLO SPAZIO

GIUSEPPE MARIA CATALANO

Palermo, 2014

L'identificazione è uno dei capitoli più importanti della scienza della rappresentazione dello spazio, perché qualsiasi indagine scientifica, di qualunque branca della ricerca, deve poggiare necessariamente sull'identificazione degli elementi indagati.

L'identificazione di un oggetto segue la fase di percezione e precede quella di rappresentazione.

*Percepire un oggetto significa avere coscienza dell'immagine di esso fornita dal sistema visivo.*

*Identificare un oggetto significa riconoscerne l'identità.*

*Rappresentare un oggetto significa fornire gli elementi necessari e sufficienti alla conoscenza della forma e della posizione dell'oggetto nello spazio rispetto ad un sistema di riferimento prestabilito.*

L'immagine di qualsiasi corpo nello spazio viene percepita grazie a 2 enti fondamentali di essa.

Il primo ente di percezione è l'elemento di separazione tra due aree aventi caratteristiche percettive distinte.

Da esso deriva, quale ente di rappresentazione, *la linea*, ente avente una sola dimensione.

Il secondo ente di percezione è l'elemento di separazione fra tre superfici aventi caratteristiche percettive distinte.

Da esso deriva *il punto*, ente comune alle tre linee di separazione relative.

L'immagine fornita dal sistema visivo è il risultato di una proiezione centrale dell'oggetto sulla superficie della retina ed è soggetta dunque alle regole della geometria proiettiva.

La conoscenza di queste regole permette di mettere in relazione l'immagine e l'oggetto al mutare della posizione di questo nello spazio.

Alla *linea dell'immagine* corrisponde nello spazio *una linea oggetto* appartenente al cono proiettante la linea immagine o *una superficie oggetto* appartenente a tale cono.

Al *punto dell'immagine* corrisponde nello spazio *un punto oggetto* appartenente alla retta proiettante o *un segmento oggetto* appartenente a tale retta.

La *linea oggetto* nello spazio può separare due porzioni di una stessa superficie oppure separare due superfici distinte, essere cioè spigolo tra le due, se le rette tangenti alla linea non sono comuni alle due porzioni di superficie che essa separa.

Gli spigoli dell'oggetto osservato permettono di percepirne e rappresentarne la *configurazione lineale*, cioè il reticolo di linee intersezione delle superfici componenti l'oggetto. Esse sono necessarie, ma in generale non sufficienti, alla rappresentazione dell'oggetto.

Per tutti i corpi poliedrici, regolari e irregolari, di qualsiasi numero di facce e spigoli, con fori e cavità, la configurazione lineale fornisce la rappresentazione dell'oggetto, perché è noto che le facce, cioè le porzioni di superficie comprese tra gli spigoli, sono piane (1). Analogamente la configurazione lineale è sufficiente per rappresentare tutti quegli enti costituiti da porzioni di superfici generate da rette o curve note.

Se però le facce dei poliedri si incurvano, non abbiamo in generale elementi capaci di darci le informazioni atte alla rappresentazione di tale curvatura.

Dunque in generale le superfici curve, non essendo provviste di configurazione lineale, non possono essere rappresentate se non dandone le coordinate punto per punto (batigrafia del corpo (2) o analoghi metodi di rappresentazione).

Ciò che si può configurare linearmente è solo la proiezione del *contorno apparente* della superficie curva, cioè della linea che appartiene alla superficie e al cono proiettante tangente ad essa.

La linea proiezione del contorno apparente non è tuttavia un'informazione assoluta, ma relativa all'osservatore, mutevole cioè al mutare della posizione del centro di proiezione, coincidente con l'osservatore.

## **Rappresentazione e identificazione generica**

Se la rappresentazione è limitata alle caratteristiche dell'oggetto invarianti al variare del sistema di riferimento, essa si definisce *rappresentazione assoluta*.

*Rappresentare in assoluto un oggetto significa fornire gli elementi necessari e sufficienti alla conoscenza della forma dell'oggetto, indipendentemente dalla sua posizione.*

La rappresentazione assoluta della circonferenza è espressa nella sua stessa definizione. Essa è il luogo dei punti equidistanti da un punto prefissato.

In realtà non esiste una rappresentazione assoluta, perché la forma dell'oggetto è relativa alla densità spaziale dell'osservatore (3). Però, limitandoci all'osservatore uomo e ai fenomeni del mediocosmo, si può ritenere la densità spaziale costante per qualsiasi osservatore.

Si è affermato che l'identificazione di un oggetto segue la fase di percezione e precede quella di rappresentazione, ma l'identificazione è possibile soltanto se si ha conoscenza dell'oggetto percepito, se cioè si è memorizzata la rappresentazione assoluta dell'oggetto, che raccoglie la sua identità.

Se l'oggetto esiste in più esemplari, ognuno di essi ha una propria identità, ma tutti hanno in comune delle caratteristiche fondamentali. I cubi hanno in comune il numero e l'uguaglianza dei lati e degli angoli. Questa rappresentazione raccoglie l'identità del genere dei cubi.

Si definisce *rappresentazione generica* la rappresentazione del genere, del tipo o modello dell'oggetto.

*Rappresentare genericamente un oggetto significa fornire gli elementi necessari e sufficienti alla conoscenza del genere dell'oggetto nello spazio.*

La rappresentazione generica memorizzata, permette l'*identificazione generica* che precede l'identificazione vera e propria del singolo oggetto.

Naturalmente l'identificazione generica è tanto più rapida quanto più sono gli esemplari dell'oggetto via via *percepiti, identificati e rappresentati* dal soggetto.

Si può dire allora che il processo della conoscenza visiva ha inizio con la percezione visiva, che insieme alla percezione tattile genera una forma sia pure approssimata di rappresentazione. Quest'ultima permette di identificare l'oggetto in una successiva fase percettiva, memorizzandone sempre più e sempre meglio le caratteristiche in un processo ciclico di percezione, identificazione e rappresentazione che si evolve nel tempo.

Questa fase dell'identificazione si basa sul numero molto elevato di dati percettivi e tattili forniti e memorizzati dal cervello, ignorando l'esistenza del processo proiettivo che è alla base di tutti i processi della natura.

Si raggiunge allora una rappresentazione non esatta dell'oggetto, ma un'elevata capacità d'identificazione, proporzionata essenzialmente alla capacità percettiva e mnemonica del soggetto, alla quantità cioè di dati che è capace di cogliere e conservare in un modello soggettivo dell'oggetto.

La difficoltà di identificazione non è infatti proporzionale alla complessità di rappresentazione, anzi maggiore è la complessità formale del corpo osservato, maggiore è la sua possibilità di identificazione, perché cresce il numero di dati caratteristici da fornire al cervello.

E' più facile riconoscere un corpo umano che un frammento di unghia, perché il corpo fornisce alla memoria visiva un numero altissimo di particolarità, di caratteristiche esclusive del corpo umano.

Questo processo ciclico progressivo di percezione, identificazione e rappresentazione, che ci permette di identificare continuamente oggetti complessi come le persone, i paesaggi e tanti altri corpi di cui spesso abbiamo una rappresentazione assai limitata e difettosa, ha permesso però nel tempo di cogliere lo stretto legame che sussiste tra il sistema visivo e la conformazione dell'energia luminosa.

L'uomo ha colto la presenza di quelle che definiamo regole in fenomeni assai diffusi e frequenti in natura, regole semplici perché manifestate da fenomeni intimamente legati al processo visivo.

L'allineamento dei fotoni di un raggio di luce o quello di una corda tesa fra le mani, si può rappresentare perché l'occhio è provvisto di un asse oculare. Su questo dobbiamo basarci per definire un sistema di riferimento per la rappresentazione.

Nel tempo la cognizione di allineamento rettilineo ed equidistanza rettilinea da un punto, la circolarità, hanno permesso la costruzione del modello geometrico della realtà, che ha dato vita a tutte le scienze.

## **Il ruolo del processo proiettivo**

Se si riflette sulla grandezza del numero di immagini distinte e notevolmente variabili di uno stesso oggetto fornite dal processo proiettivo, si comprende quanto sia utile al cervello la conoscenza di questo processo e dei suoi effetti, al fine d'identificare un oggetto.

Per avere un'idea di quanto sia importante la conoscenza della geometria proiettiva nell'identificazione, basti citare ancora una forma semplice come la circonferenza che nel processo proiettivo su un piano può dar luogo, variando posizione, ad una ellisse, ad una parabola, ad un'iperbole, ad un segmento di retta o addirittura ad una retta.

Dunque la capacità d'identificazione di un soggetto cresce al crescere della conoscenza delle regole del processo proiettivo e dell'applicazione di queste nella fase di rappresentazione.

Si tratta adesso di una rappresentazione esatta, intendendo con questo termine la formazione di un modello in cui ogni punto dell'oggetto ha una esatta collocazione nello spazio rispetto ad sistema di riferimento prefissato.

Questa volta è necessario e sufficiente la rappresentazione di un numero limitato di elementi per determinare la rappresentazione di tutti gli altri, quindi dell'intero oggetto.

L'identificazione è semplificata, ma non sempre sicura. Il numero limitato di elementi distintivi, che permettono una esatta rappresentazione, possono trarre in inganno. Sono necessari e sufficienti solo cinque punti per

rappresentare esattamente un'ellisse, ma l'immagine di questa può coincidere con il contorno apparente di una superficie quadrica.

Allora per riconoscere l'identità di quella che sembra un'ellisse, occorre verificarne la rappresentazione nello spazio.

In mancanza di una percezione tattile e comunque per realizzare la rappresentazione esatta, punto per punto, di un oggetto osservato, la natura ha fornito il sistema binoculare, che l'uomo ha potenziato con la realizzazione della bicamera usata in stereofotogrammetria.

L'uno e l'altra permettono di risalire alla collocazione nello spazio di ogni singolo punto materiale, cioè di qualsiasi areola puntiforme dell'oggetto percepito, ovvero di qualunque linea nitidamente percepita sulle retine o sulle lastre fotografiche.

E' possibile, grazie all'intersezione delle due stelle proiettanti, rappresentare, punto per punto, la reale forma del corpo che si vuole conoscere.

Questo processo si basa quindi sulla percezione nitida della stessa areola, o linea, sui due piani di proiezione, creando una relazione biunivoca tra le due immagini di ciascun punto e il punto stesso nello spazio.

Quando non si è a conoscenza della regola che genera la superficie, la rappresentazione di questa viene generalmente realizzata mediante un numero finito di punti o linee opportunamente scelte per dare al cervello, attraverso la percezione, il maggior numero d'informazioni capaci di realizzare un modello sia pure approssimato dell'oggetto osservato. La rappresentazione a linee di livello ottenuta mediante restituzione stereofotogrammetria, completata dalla batigrafia, è il metodo più noto per raggiungere al meglio questo obiettivo.

La conoscenza della geometria proiettiva è anche fondamentale per conoscere, spiegare e descrivere tutti i fenomeni prodotti dalla luce e in generale dalle onde elettromagnetiche.

Le ombre e fenomeni come la riflessione, la rifrazione e la diffrazione, possono confondere il processo di identificazione.

Si è detto che la memoria visiva ha un grande peso nell'identificazione e moltissimi casi vengono risolti dal cervello basandosi su questo enorme bagaglio che si accumula nel tempo, ma anche la memoria talvolta è insufficiente.

La conoscenza delle regole proiettive permette di non cadere negli inganni della luce.

L'applicazione di queste leggi, osservate dalla luce e dalle altre radiazioni, nella proiezione di un corpo qualsiasi dello spazio o viceversa nella restituzione da una o più proiezioni della forma e posizione di un corpo nello spazio, aumenta notevolmente la capacità identificativa del cervello.

Allora l'identificazione, che precede la formazione del modello rappresentativo, ha bisogno di conoscenza quanto più approfondita, dove possibile, delle caratteristiche generiche dell'oggetto percepito e insieme di conoscenza e applicazione prolungata nei modelli rappresentativi delle leggi su cui si basano i più svariati effetti creati dalla luce o da altre radiazioni

percepibili con l'aiuto di particolari strumenti (infrarosso, ultravioletto, X, etc.).

Perciò il radiologo sa identificare un elemento del corpo su una proiezione a raggi X, quanto un chimico sa identificare lo spettro di emissione di un dato elemento, e così via.

## **La rappresentazione lineale**

E' bene soffermarsi sull'analisi della possibile configurazione del modello di rappresentazione di un generico corpo, quando esso mostri, come avviene nella maggior parte dei casi, un aspetto non riconducibile ad alcuna forma geometrica elementare.

La superficie di un corpo è formata da infiniti punti e dunque è comprensibile che per realizzare un modello rappresentativo sia sempre necessario operare una selezione, una scelta di un numero finito di punti tali da porgere, come avviene con l'uso delle curve di livello, una rappresentazione sufficientemente fedele.

Quando però non si può conoscere direttamente l'oggetto nello spazio, ma si hanno soltanto due (o più) immagini di esso, la scelta dei punti si restringe.

Si devono individuare le coppie di punti strettamente necessarie e sufficienti alla restituzione della vera forma e della posizione dell'oggetto in relazione alla scala del modello prescelta.

Riferiamoci intanto ad un corpo che abbia una configurazione *lineale*, sebbene non appartenente alle forme geometriche elementari, e traiamone la rappresentazione lineale.

E' necessario partire dall'identificazione di ciascun punto di flesso presente sulle linee in entrambe le immagini dell'oggetto. I punti di flesso sono infatti invarianti nel processo proiettivo. La retta  $t$ , tangente alla curva  $c$ , e attraversante la stessa  $c$  nel punto di flesso  $F$ , viene sempre proiettata nella  $t'$ , tangente alla proiezione  $c'$  della  $c$ , e attraversante la stessa  $c'$  nel punto di flesso  $F'$  proiezione di  $F$ .

In tal modo è possibile costruire un reticolo spaziale avente per vertici tali punti, in modo da ridurre il confronto tra i due corpi a quello tra i reticoli spaziali aventi per vertici tali punti.

Si comprende come, aumentando l'ingrandimento dell'immagine, sia possibile individuare un numero maggiore di punti, ottenendo un reticolo più sviluppato e dettagliato. Quando si opera su immagini di oggetti dalle superfici complicate e articolate, occorre naturalmente un numero elevatissimo di coppie per dare un modello sufficientemente fedele.

Non sempre il reticolo permette di ottenere un modello di rappresentazione sufficientemente dettagliato del corpo, un modello cioè che dia la possibilità di risalire alla vera forma e posizione di ogni dettaglio.

Però, quando si deve operare un rapporto d'identità mediante immagini di oggetti dalle superfici complicate e articolate, già genericamente

identificati, è necessario e sufficiente rivolgere l'esame d'identificazione ad uno o più dettagli.

Si è rilevato che non esistono in natura due corpi perfettamente uguali e questo principio vale anche per ogni dettaglio, anche minimo, di un corpo.

Dunque la coincidenza di reticoli spaziali di particolari sufficientemente ingranditi, costruiti partendo da due immagini distinte, ci assicura della coincidenza dell'identità dell'oggetto proiettato.

Riferiamoci infine ad un corpo che non abbia una configurazione *lineale*, o che ne abbia una insufficiente ai fini dell'identificazione.

In questi casi, non essendo presenti punti di flesso lineali, occorre individuare i vertici del reticolo spaziale di confronto in punti, ossia areole, che presentino le stesse caratteristiche sui due corpi. Si ricade allora nel caso precedente, perché occorre ingrandire le immagini dell'oggetto sino a individuare nelle areole linee di dettagli che possano essere messi a confronto.

### **Il rapporto di identità**

Mettere in rapporto due corpi dello spazio, al fine di verificarne l'identità, significa confrontare i due modelli di rappresentazione assoluta, verificando l'identità di tutti gli elementi omologhi necessari alla rappresentazione dell'oggetto rispetto a un prefissato sistema di riferimento.

Se si vuole confrontare l'identità di due poliedri basterà mettere in rapporto spigoli omologhi e relativi angoli tra essi racchiusi.

Questa misura operata direttamente nello spazio o su proiezioni piane, per quanto possa essere laboriosa, non presenta alcun ostacolo teorico.

Se invece si è in presenza di corpi non provvisti di facce piane, operare un rapporto d'identità nello spazio, e ancor più per mezzo di proiezioni piane, diventa generalmente un'operazione complessa. Lo stessa affermazione può estendersi a maggior ragione a tutte le superfici prive di alcuna configurazione lineale.

Per confrontare e identificare aree corrispondenti di superfici omologhe è necessario in questi casi ricorrere a metodi di rilevamento puntuale, che si avvalgano cioè di coppie di punti corrispondenti, o meglio di areole di minime dimensioni corrispondenti sui due corpi.

La possibilità del confronto è allora legata alla possibilità di identificare percettivamente queste coppie di punti, tramite i quali è possibile rappresentare intere linee appartenenti alle superfici dei corpi a confronto.

Quando riconosciamo una farfalla, ciò accade perché confrontiamo il nostro modello mentale di farfalla, acquisito nelle prime fasi di apprendimento, o la rappresentazione generica, all'oggetto direttamente osservato.

Se vogliamo esser certi che la farfalla osservata è di una data specie dobbiamo confrontare tale farfalla con la raffigurazione, grafica, fotografica

di un esemplare di quella specie, in modo da conoscere le peculiarità che contraddistinguono quella data specie dalle altre migliaia.

Se poi abbiamo due immagini della farfalla e vogliamo verificare che si tratti della raffigurazione dello stesso esemplare, allora bisogna far uso della misurazione delle singole parti che compongono il suo corpo, di segmenti, archi e angoli e dunque non bastano più due raffigurazioni della farfalla, ma occorrono due rappresentazioni della stessa, perché bisogna risalire dalle immagini, cioè dalle proiezioni piane, alla rappresentazione nello spazio.

Quando si è in possesso di rappresentazioni, infatti, poiché da esse è possibile risalire a tutti i dati metrici necessari e sufficienti alla configurazione spaziale e alla posizione dell'oggetto rappresentato rispetto ad un dato sistema di riferimento, il confronto d'identità si riduce alla verifica della corrispondenza tra elementi omologhi.

Più complesso è il problema della verifica d'identità per un oggetto presente su due proiezioni piane, di cui sia nota soltanto la posizione del centro di proiezione, proprio o improprio, di ciascuna, ma non l'orientamento reciproco dei piani di proiezione, o addirittura neanche la posizione dei centri stessi.

Il caso più difficile è proprio quest'ultimo, quando in presenza di due immagini piane, che sembrano raffigurare lo stesso corpo, senza sapere null'altro, si vuole risalire alla vera forma e posizione del corpo, operando in tal modo un rapporto d'identità.

Bisogna allora trovare come risalire, e ancor prima in quali condizioni è possibile risalire, alla posizione di questi elementi, posizione dei centri e orientamento reciproco dei piani di proiezione, essenziali per operare la restituzione della forma e della posizione di un generico corpo.

Si tratta di un problema che ha impegnato la mente di molti scienziati a partire dal 1833, anno in cui lo scienziato Guido Hauck pubblica *Construction der perspective und Photogrammetrie*, dimostrando, tra l'altro, nel noto teorema che porta il suo nome, l'esistenza di un legame *proiettivo* fra i due fasci di rette  $k_1$  e  $k_2$  proiettanti punti corrispondenti, in due immagini distinte di un corpo, dai punti  $K_1$  e  $K_2$ , denominati *nuclei*, in cui la retta congiungente nello spazio i due centri di proiezione interseca i due piani di proiezione.

Verificare l'identità dell'oggetto si traduce nella verifica del rapporto proiettivo tra tali due fasci.

Ma i due nuclei non sono noti, non è nota la loro posizione, né quella reciproca dei due piani di proiezioni 1 e 2.

Considerando che i due fasci  $k_1$  e  $k_2$ , ricollocati nella stessa giacitura che avevano al momento della formazione delle immagini, quindi secati dalla retta intersezione dei due piani di proiezione 1 e 2, retta di punti uniti, sarebbero *prospettivi* fra loro, la posizione dei nuclei potrebbe teoricamente ricavarsi imponendo l'appartenenza dei punti comuni a  $k_1$  e  $k_2$  ad una stessa retta. Esistendo tale retta sarebbe verificata l'esistenza della

proiettività tra i fasci  $k_1$  e  $k_2$  e conseguentemente l'identità del corpo proiettato sui piani 1 e 2.

E' facile comprendere che questa operazione teorica non è rigorosamente attuabile in pratica ed anche se in molti casi il problema è stato risolto (4) (5) (6), non siamo in possesso di un metodo generale.

Ma, al contrario della rappresentazione, l'identificazione ha un alleato in un aspetto fondamentale della natura, che gioca un ruolo essenziale nel rapporto d'identità, l'imperfezione che qualsiasi corpo ha nel creato, distinta da quella di un suo simile.

Ciò deriva dal fatto che non esistono in natura due corpi perfettamente uguali.

Si è detto che maggiore è la complessità formale del corpo osservato, maggiore è la sua possibilità d'identificazione.

Questa affermazione si conferma e si avvalora nel confronto d'identità, perché alla complessità formale contribuisce sempre l'imperfezione. Anche gli oggetti apparentemente più semplici, mostrano, ingrandendo le immagini, un numero d'imperfezioni, di particolarità, crescente con l'ingrandimento.

Il confronto tra le immagini di una cicatrice, di un neo, o di una porzione di pelle, se queste sono nitide e adeguatamente ingrandite, può essere sufficiente a identificare un corpo intero.

Più sono le peculiarità emergenti in un oggetto, maggiore cioè appare il distacco rispetto alla rappresentazione generica che immagazziniamo nel cervello, maggiore è la possibilità di accertare l'identità dell'oggetto raffigurato.

Ciò vale entro i limiti del mediocosmo, dove è possibile trascurare gli effetti della curvatura della realtà (3). Se operiamo nel campo del microcosmo o del macrocosmo, se cioè abbracciamo le immense distanze che escono dagli ambiti della fisica di Newton e dalla geometria di Euclide non è possibile attualmente operare un rapporto d'identità.

G. M. C.

## NOTE

- (1) *Giuseppe M. Catalano, Teorema generale sui poliedri, dimostrazione omeomorfica, Istituto Internazionale Studi Avanzati di Scienze della Rappresentazione dello Spazio, Palermo 2008.*
- (2) *Giuseppe M. Catalano, La batigrafia architettonica e l'informatica (con R. Filosto), Congresso "V seminario di primavera", Palermo, 1991*

- (3) *Giuseppe M. Catalano, Le dimensioni dello spazio, Istituto Internazionale Studi Avanzati di Scienze della Rappresentazione dello Spazio, Palermo 2008 , Palermo, 2008.*
- (4) *Giuseppe M. Catalano, Due metodi per la restituzione grafica da una coppia di fotogrammi comunque orientati, XII International symposium of architectural photogrammetry, Roma, ottobre 1989.*
- (5) *Giuseppe M. Catalano, Rilevamento a distanza di qualsiasi volume per restituzione da due fotogrammi, CO.GRA.S. , Palermo, 1988.*
- (6) *Giuseppe M. Catalano, Restituzione grafica da una coppia di fotogrammi comunque orientati, CO.GRA.S. , Palermo, 1988.*